



ANÁLISIS DIMENSIONAL

LA FÍSICA

La FÍSICA es una ciencia fundamental que estudia las interacciones entre la materia y/o la energía. Estas interacciones cumplen las leyes de la física.

CANTIDADES FÍSICAS

Para estudiar un fenómeno físico es necesario hacer medidas. Una cantidad física es todo aquello que puede ser medido, directa o indirectamente por algún instrumento, ejemplos de cantidades físicas: el tiempo, la densidad, la energía, velocidad, etc.

SISTEMAS DE UNIDADES

Sistema internacional.

Cantidades físicas del Sistema Internacional (SI)

CANTIDAD FÍSICA	S.I.U.	Símbolo	Dimensión
Longitud	metro	m	L
Masa	kilogramo	kg	M
Tiempo	segundo	s	T
Temperatura	kelvin	K	θ
Intensidad de corriente eléctrica	Ampere	A	I
Intensidad luminosa	candela	cd	J
Cantidad de sustancia	mol	mol	N

Algunas cantidades físicas derivadas del SI.

Cantidad física	Símbolo	Dimensión
Área	m^2	L^2
Volumen	m^3	L^3
Densidad	kg/m^3	$M L^{-3}$
Velocidad	m/s	$L T^{-1}$
Aceleración	m/s^2	$L T^{-2}$
Impulso	$kg \cdot m \cdot s^{-1}$	$M L T^{-1}$
Fuerza	$kg \cdot m \cdot s^{-2} = N$	$M L T^{-2}$
Energía	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} = J$	$M L^2 T^{-2}$
Potencia	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} = W$	$M L^2 T^{-3}$
Presión	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2} = Pa$	$M L^{-1} T^{-2}$
Carga eléctrica	$A \cdot t = C$	$I T$

ANÁLISIS DIMENSIONAL

Estudia la relación de las cantidades físicas derivadas con las de base o fundamentales.

ECUACIÓN DIMENSIONAL

Es una igualdad de tipo algebraico que expresa la relación entre las cantidades físicas derivadas con las de base o fundamentales.

Para realizar la notación de las dimensiones de una cantidad física, se emplean corchetes, tal como se muestra:

[A]: se lee "la dimensión de A".

CANTIDADES ADIMENSIONALES

Son aquellas cantidades que no tienen dimensiones.

Un número es una cantidad **adimensional** y no representa alguna cantidad física.

Las cantidades físicas suplementarias se consideran cantidades **adimensionales**.

En las ecuaciones dimensionales, las cantidades adimensionales se igualan a la unidad.

[Número] = 1

Ejemplos

$[9] = 1$; $[-1,5]^{3p} = 1$; $[\log 100] = 1$; $[\pi^8] = 1$;
 $[\sin 40^\circ] = 1$; $[99,5 \text{ rad}] = 1$

OPERACIONES CON LAS CANTIDADES FÍSICAS

a) **Suma y resta.** - Las cantidades físicas se pueden sumar o restar siempre que sus dimensiones sean iguales. A esta propiedad se le conoce como el **principio de homogeneidad**.

Toda ecuación dimensionalmente correcta, debe cumplir el principio de homogeneidad, por ejemplo:

$$A B^{\cos 37^\circ} + F / C^{\cos 1/3} = 2\pi D - E \sin (4 W Z + \pi/5)$$

b) **MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN.** - Las cantidades físicas pueden multiplicarse o dividirse, cumpliendo las reglas de estas operaciones.

Ejemplos:

- $(45 \text{ kg}) \cdot (2 \text{ m/s}^2)$; esta operación es posible, dimensionalmente sería MLT^{-2} .
- $(30 \text{ m}) / (15 \text{ s})$; esta operación es posible, dimensionalmente sería LT^{-1} .

c) **POTENCIA Y RADICACIÓN.** - Es posible elevar una cantidad física a un exponente, sin embargo, los exponentes no pueden ser cantidades físicas.

Ejemplos:

- $(4 \text{ kg})^{-2}$; esta operación es posible y dimensionalmente sería M^{-2} .

EJERCICIOS DE CLASE

1. La ecuación $\frac{kx^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + \max$ es dimensionalmente correcta.

Si: m: masa y $\left[\frac{V}{X}\right] = T^{-1}$.

Hallar la dimensión de k.

- A) MT^2 B) MT^{-2} C) MT D) MT^{-1} E) M^2T^2

2. La siguiente ecuación es dimensionalmente correcta, hallar la dimensión de "x".

$$P = x \text{sen}45^\circ (2ea)^{\text{sen}30^\circ} + \pi FV$$

Si P: potencia; e: distancia; a= aceleración

- A) MLT^{-1} B) MLT^{-2} C) $ML^{-1}T^{-2}$
D) $ML^{-2}T^{-1}$ E) $ML^{-1}T$

3. Si la ecuación $mv^2 \text{sen}(wy - k) = \pi \sqrt{xy}^{-2}$ es dimensionalmente correcta. Hallar la dimensión de x e y, siendo m: masa v: velocidad, w: velocidad angular.

- A) LM, T^2 B) L^2M, T C) L^4M^2, T
D) LM, T E) L^4M^2, T^2

4. La ecuación siguiente es dimensionalmente correcta:

$$n = \frac{\pi R^4 (P_1 - P_2)t}{8VL}$$

Donde:

R: radio, P_1 y P_2 : presiones,

t: tiempo, V: volumen, L: longitud.

- A) MLT^{-1} B) MLT^{-2} C) $ML^{-1}T^{-2}$
D) $ML^{-1}T^{-1}$ E) $ML^{-1}T$

5. En la siguiente ecuación dimensionalmente correcta:

$$F = \frac{aP}{R} + bd^2$$

Donde: F: fuerza; P: presión, R: radio d: densidad. Determine las dimensiones de a y b.

- A) $L^3, L^7M^{-1}T^{-2}$ B) L^2, L^2MT^{-3}
C) ML^3, ML^6T^{-3} D) L^2, ML^2T^{-5}
E) $MLT^2, ML^{-1}T^{-2}$

6. En la siguiente fórmula física, calcular las dimensiones de "K".

$$E = \frac{1}{2} Kx^2$$

Donde: E = Energía; x = Longitud

- A) ML^2T B) MT^{-2} C) ML
D) MT^2L E) $M^{-1}T^{-1}$

7. En la siguiente expresión, calcular [x].

$$\text{Ctg}\left(\frac{2\pi x}{a}\right) = E$$

Donde: a: Aceleración.

- A) LT B) L^2T C) LT^{-1}
D) LT^{-2} E) L

8. En la siguiente formula física, calcular las dimensiones de "B".

$$A^2 + n = \left(\frac{B}{V} + A\right)^2$$

Donde:

V: velocidad, n: constante numérica

- A) L B) LT^{-2} C) LT
D) LT^{-1} E) T

9. Cuando un cuerpo de masa m se desplaza a través de un fluido viscoso bajo la acción de la fuerza F, su movimiento esta regido por la ley.

$$mB = F - Knv$$

Donde:

m = masa, K = longitud y v = velocidad.

¿Cuál es la dimensión de n?

(n = coeficiente de viscosidad)

- A) MLT^{-1} B) MLT^{-2} C) $ML^{-1}T^{-2}$
D) $ML^{-1}T^{-1}$ E) $ML^{-1}T$

10. La ecuación $F = t^x \rho^y v^z$ es dimensionalmente homogénea, donde F: fuerza, t: tiempo, ρ : densidad y v: velocidad. Calcular $z^{y/x}$

- A) 1 B) -1 C) 2 D) -2 E) 4

EJERCICIOS DE EVALUACIÓN

1. En la ecuación homogénea, encuentre la fórmula dimensional de "x".

$$Ax + B = C^2$$

A = área; B = volumen

- A) L B) L^{-1} C) L^2 D) L^{-2} E) 1

2. Calcular (A.B), si la expresión es correcta

$$A = B.P^{-\text{csc}30^\circ} + \frac{2V}{D} \text{tg}60^\circ$$

D: densidad; V: velocidad; P: potencia

- A) $L^{12}T^{-8}$ B) $L^{-12}T^{-8}$ C) $L^{12}T^8$
D) $L^{-12}T^8$ E) L^8T^{12}

3. La ecuación $K(v - B) = E(t - C)^2$, es dimensionalmente homogénea, donde v es rapidez, E es energía y t es tiempo. ¿Cuáles son las unidades del sistema absoluto correspondiente a K ?

- A) kg.m.s B) k.g.m C) k.g.m²
D) kg⁻¹.m.s E) kg².m.s

4. Hallar la dimensión de la cantidad física x en la expresión dimensionalmente correcta:

$$W = \frac{xvy}{Dy - Tg\theta}$$

Donde W es trabajo, D es distancia y v es velocidad.

- A) ML B) MLT C) ML²T⁻¹
D) ML⁻¹ E) 1

5. El coeficiente de viscosidad η es definido por la ecuación:

$$\frac{F}{A} = \eta \frac{\Delta v}{\Delta s}$$

donde F es la fuerza de fricción, A es área, Δv es la diferencia de velocidades y Δs distancia. Encuentre las unidades del sistema MKSC correspondiente a η .

- A) kg.m⁻¹.s⁻¹ B) kg⁻¹.m.s² C) kg.m².s
D) kg².m².s² E) kg².m⁻¹.s⁻²

6. Dada la ecuación dimensionalmente homogénea

$$z + w^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{xy^2s}{3} + P \right)^2$$

donde P : presión, determinar las unidades de "z" en el S. I.

- A) kg²m²s⁻² B) kgm²s⁻⁴ C) kg²ms⁻⁴
D) kgm²s⁻¹ E) kg².m⁻¹.s⁻²

7. Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- Dos cantidades físicas de diferente dimensión siempre pueden sumarse.
- El análisis dimensional permite la homogeneidad de una ecuación física.
- Para dividir dos cantidades físicas necesariamente deben tener la misma dimensión.

- A) VFF B) VFV C) VVF D) FVF E) FFV

8. La fórmula del periodo del péndulo está dada por: $T = 2\pi L^x g^y$. Halle los valores de "x" e "y" donde:

T = tiempo; L = Longitud del péndulo
 g = aceleración de gravedad; $\pi = 3,1416$

- A) 1/4, -1/4 B) 1/2, -1/2 C) 1/5, -1/5
D) -1/6, 1/6 E) 1; 2

9. Indicar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- La velocidad angular y la frecuencia tienen la misma dimensión.
- El trabajo y la energía tienen la misma dimensión.
- En el Sistema Internacional la carga eléctrica es una cantidad fundamental.

- A) VVV B) FVV C) VFV
D) VFF E) VVF

10. Si la siguiente ecuación es dimensionalmente correcta:

$$P = d^x V^y t^z$$

donde:

P : Potencia (unidad = m²kgs⁻³)

d : Densidad (masa/volumen)

V : Velocidad

t : Tiempo

halle el valor de $3(y - 3x) / (y - z)$

- A) 2 B) 1 C) 15 D) 18 E) 3