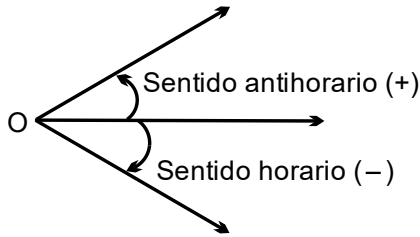


SISTEMAS DE MEDIDA ANGULAR

ÁNGULO TRIGONOMÉTRICO

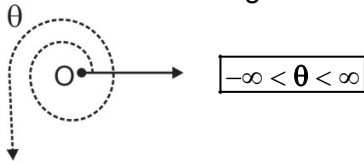
La definición trigonométrica de ángulo difiere un poco de la tradicional en geometría, pues es más general. Es el efecto de la rotación de un rayo alrededor de un punto fijo (vértice) de una posición inicial a otra final. Los ángulos generados por rotaciones en sentido contrario a las agujas del reloj se consideran positivos, y negativos los de sentido inverso.



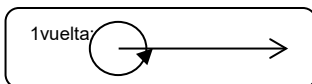
Si denotamos al ángulo por θ , diremos que θ es la medida del ángulo.

Observación:

1. Los ángulos no tienen límite, es decir pueden tomar valores infinitamente grandes



2. Cuando el lado inicial y el final coinciden por primera vez después que el lado final comienza a rotar se le llama ángulo de una vuelta. Tomamos como referencia el ángulo de una vuelta para medir los ángulos.



SISTEMA DE MEDIDAS ANGULARES

Para medir ángulos existen varios sistemas de los cuales los más utilizados son:

Sistema Sexagesimal (S) (sistema inglés)

La unidad de medida es el grado sexagesimal (1°) de modo que

$$1 \text{ vuelta} = 360^\circ$$

Sistema Centesimal (C) (sistema francés)

La unidad de medida es el grado centesimal (1^g) de modo que

$$1 \text{ vuelta} = 400^g$$

Equivalencias

$$\begin{aligned} 1^\circ &= 60' & 1^g &= 100^m \\ 1' &= 60'' & 1^m &= 100^s \\ 1^\circ &= 3600'' & 1^g &= 10000^s \end{aligned}$$

Sistema Radial (R) (sistema radial)

La unidad de medida es el "radian" y es el ángulo que subtende un arco donde su longitud es igual a la de su radio.

$$1 \text{ vuelta} = 2\pi \text{ radianes}$$

Donde

$$\pi = 3,1416 \text{ aprox.}$$

$$1 \text{ rad} \approx 57,296^\circ \approx 57^\circ 17' 46''$$

Relación entre sistemas

Si consideramos un ángulo trigonométrico positivo, este se expresa en los 3 sistemas de medida angular y se cumple que:

$$\frac{S}{180} = \frac{C}{200} = \frac{R}{\pi} \quad \begin{aligned} S &= 180 K \\ C &= 200 K \\ R &= \pi K \end{aligned}$$

$$\frac{S}{9} = \frac{C}{10}$$

En grados

$$\frac{m}{27} = \frac{n}{50}$$

En minutos

$$\frac{p}{81} = \frac{q}{250}$$

En segundos

EJERCICIOS DE CLASE

1. Si $24,3075^\circ$ equivalen a $a^\circ b' c''$, calcule el valor de

$$M = \frac{a-b}{c-a}$$

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

2. Si $\frac{3\pi}{11} \text{ rad} = \overline{4a}^\circ \overline{b'2c}''$, calcula $M = \frac{ab}{c-2}$

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

3. En un determinado momento, dos personas se encuentran ubicados en los puntos A y B, deciden cruzar la pista de forma rectilínea y en dirección al punto P, como se muestra en la figura. Si las líneas horizontales son paralelas a la vereda halle la medida del ángulo que forman las trayectorias AP Y BP.

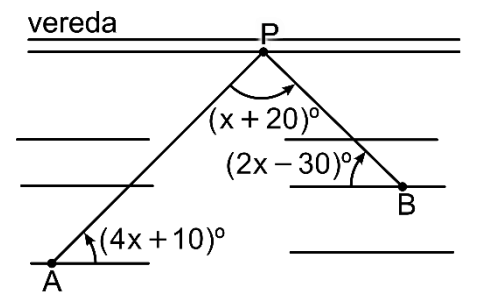
A) 30°

B) 45°

C) 50°

D) 60°

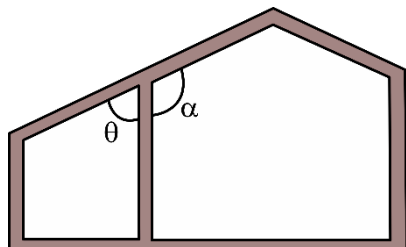
E) 65°



4. En la figura, se muestra una ventana donde las medidas de los ángulos α y θ son los adecuados para tener mayor iluminación. si $\alpha = \left(\frac{4\pi}{a} + \frac{\pi}{4}\right)$ rad y

$$\theta = \left(60 + \frac{10}{a}\right)^{\circ}, \text{ halle } \theta.$$

- A) 55°
B) 45°
C) 50°
D) 60°
E) 65°



5. Un docente de trigonometría en una de sus clases les plantea a sus estudiantes la siguiente situación: si el ángulo $\frac{2\pi}{25}$ rad excede al ángulo $8^{\circ}24'$ en X° donde x es el número que representa la edad de su hija ¿Cuál es la edad de su hija?

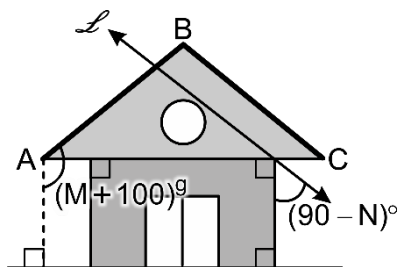
- A) 13 años B) 11 años C) 6 años
D) 8 años E) 10 años

6. En una provincia de la región Ucayali se construye un techo tal como se muestra en la figura, tal que

$$AB = BC. \text{ Si } \frac{N^7}{81} + \frac{M^7}{100} = \frac{169}{9}(M^5 + N^5) \text{ y } \mathcal{L} \parallel \overline{BC}$$

Siendo N y M lo convencional para un mismo ángulo, Halle el ángulo obtuso generado por el techo.

- A) 105°
B) 145°
C) 102°
D) 112°
E) 95°



7. Anders es un alumno de ingeniería ambiental y la primera tarea que recibe es medir los ángulos de un terreno con forma de triangulo isósceles. Él obtiene las medidas de un ángulo en minutos centesimales y minutos sexagesimales, pero solo anota que la diferencia de los minutos es 1840. calcula la máxima medida del ángulo diferente.

- A) 36° B) 45° C) 72°
D) 108° E) 65°

8. Si $(\overline{abc})^{\circ} = (\overline{mnp})^{\circ}$. Además, la diferencia de los números de grados sexagesimales y centesimales es igual a 24, calcule el ángulo $(a + b + m + n + p)$ en el sistema radial.

- A) $\frac{\pi}{18}$ rad B) $\frac{\pi}{12}$ rad C) $\frac{\pi}{15}$ rad
D) $\frac{\pi}{10}$ rad E) $\frac{\pi}{14}$ rad

9. La carpintería el orgullo de villa produce y vende piezas de forma triangular para decoraciones si el carpintero indica que uno de sus ángulos interiores debe medir S° , C° y R rad respectivamente. Si S es un número par y c es múltiplo de 3, donde S y C son números enteros positivos que cumplen $\left(\frac{C}{5} - \frac{S}{9}\right)^2 + \frac{40SR}{\pi} > 3S$, halle la mínima medida que puede tomar dicho ángulo interior.

- A) $\frac{\pi}{8}$ rad B) $\frac{\pi}{2}$ rad C) $\frac{\pi}{15}$ rad
D) $\frac{\pi}{10}$ rad E) $\frac{\pi}{4}$ rad

10. En un nuevo sistema de medición angular, cuya unidad es $1^{\text{preUNTELS}}$. Si el ángulo α° es equivalente a $(\alpha - 3)^{\text{preUNTELS}}$ en el nuevo sistema y el ángulo de una vuelta mide $240^{\text{preUNTELS}}$, halle $(\alpha - 3)$

- A) 5 B) 9 C) 6 D) 8 E) 7

11. Si S y C es lo convencional y se cumple

$$\left(c - \frac{c}{c}\right) \left(s^2 + \frac{s^2}{s + \frac{s}{s}} + s\right) = \left(s + \frac{s}{s}\right) \left(c^2 - \frac{c^2}{c - \frac{c}{c}} - c\right)$$

Calcule el número de radianes de dicho ángulo.

- A) $\frac{441}{3600}\pi$ B) $\frac{551}{3600}\pi$ C) $\frac{361}{3600}\pi$
D) $\frac{641}{3600}\pi$ E) $\frac{241}{3600}\pi$

12. Siendo S, C y R lo convencional para un mismo ángulo. Determine la medida radial del ángulo tal que cumpla las condiciones

$$\frac{S}{9} + 2025 = (x + 7)(x + 4)$$

$$\frac{C}{8} + 2024 = (x + 6)(x + 5)$$

- A) $\frac{\pi}{5}$ rad B) $\frac{2\pi}{5}$ rad C) $\frac{3\pi}{5}$ rad
D) $\frac{4\pi}{5}$ rad E) $\frac{3\pi}{2}$ rad

EJERCICIOS DE EVALUACIÓN

1. Para abrir la bóveda de un banco, se debe girar la palanca en sentido antihorario un ángulo de medida α , cuyas medidas en los sistemas sexagesimal, centesimal y radial son S° , C^g y R rad respectivamente. Si S es un número par y C es múltiplo de 3, halle el menor valor de α en radianes.

- A) $\frac{\pi}{6}$ rad B) $\frac{\pi}{2}$ rad C) $\frac{\pi}{5}$ rad
 D) $\frac{3\pi}{10}$ rad E) $\frac{\pi}{4}$ rad

2. La suma de los números que representan el suplemento de un ángulo en grados centesimales y el complemento del ángulo en grados sexagesimales es igual a 214. Halle la medida de dicho ángulo en el sistema radial.

- A) $\frac{\pi}{6}$ rad B) $\frac{\pi}{2}$ rad C) $\frac{\pi}{5}$ rad
 D) $\frac{3\pi}{10}$ rad E) $\frac{\pi}{4}$ rad

3. Víctor compró un terreno por 5 000 soles y las medidas de los ángulos internos del terreno con forma triangular son $\frac{x\pi}{10}$ rad, $30x^g$, $135^\circ x$ el costo por cercar el terreno con madera es de $500x$ soles. ¿A cuánto tiene que vender el terreno cercado si desea ganar el 50% de lo invertido?

- A) 8250 soles B) 7250 soles C) 8 200 soles
 D) 8150 soles E) 7598 soles

4. Sean S° , C^g y R rad son las medidas de un ángulo positivo en grados sexagesimales, centesimales y radianes respectivamente, tal que $\frac{R^2}{\pi^2} = \frac{1}{6} \sqrt{\frac{SR}{5\pi}} + \frac{1}{10} \sqrt{\frac{CR}{2\pi}}$. Halle el ángulo en radianes.

- A) 7π rad B) 2π rad C) $\frac{\pi}{5}$ rad
 D) π rad E) 3π rad

5. La medida de un ángulo en el sistema sexagesimal y centesimal es a° y b^g respectivamente. Si $b = 8n + 2$ y $a = 7n + 3$, halle la medida del ángulo en radianes.

- A) $\frac{\pi}{6}$ rad B) $\frac{\pi}{2}$ rad C) $\frac{\pi}{5}$ rad
 D) $\frac{3\pi}{10}$ rad E) $\frac{\pi}{4}$ rad

6. Siendo S , C y R lo convencional para un mismo ángulo. Hallar la medida del ángulo en minutos sexagesimales, si:

$$2R + \frac{S^2\pi}{3C} = \frac{14\pi}{20}$$

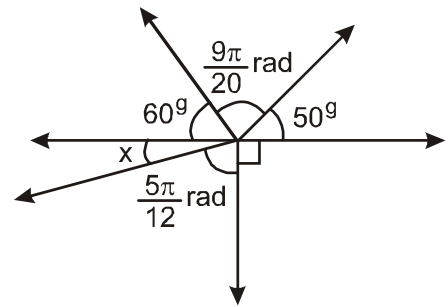
- A) 120' B) 125' C) 135' D) 145' E) 160'

7. Si $\frac{\pi}{13}$ rad equivalen a $\overline{ab}^\circ 50' \overline{4c}''$ calcule el valor $R = a + b + c$.

- A) 8 B) 7 C) 10 D) 11 E) 4

8. En la figura, halle el valor de x

- A) 20
 B) 15
 C) 30
 D) 25
 E) 45



9. Halle el valor de $N = \frac{67\pi}{90} \left(\frac{35^\circ + \frac{13\pi}{90} \text{ rad}}{\frac{140^g}{9} + \frac{2\pi}{3} \text{ rad}} \right)$.

- A) 64 B) 57 C) 61 D) 41 E) 23

10. Si a y b son las medidas de un ángulo en minutos, en los sistemas sexagesimales y centesimales respectivamente, hallar el valor de $\left(\sqrt{\frac{a+2b}{2a-b} + \frac{42}{4}} \right)^\circ$

- A) $6^\circ 30''$ B) 6° C) $6,25^\circ$ D) $6^\circ 30'$ E) 9°

11. En un terreno en forma cuadrangular, las medidas de sus ángulos internos están en progresión aritmética de razón igual a $(11, \hat{1})^g$. halle la medida del menor ángulo interior de dicho terreno.

- A) $\frac{\pi}{6}$ rad B) $\frac{5\pi}{24}$ rad C) $\frac{5\pi}{12}$ rad
 D) $\frac{3\pi}{10}$ rad E) $\frac{\pi}{4}$ rad

12. Sean S° , C^g y R rad son las medidas de un ángulo positivo en grados sexagesimales, centesimales y radianes respectivamente, tal que $V^\circ = \frac{5S^g}{162} + \frac{C^\circ}{50} + \frac{2\pi^2}{360R}$ rad. Halle el mínimo de V .

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 7 E) 8