



TEORÍA DE LA PROBABILIDAD

1. ESPACIO MUESTRAL: (Ω)

Es el conjunto de todos los resultados posibles de un determinado experimento aleatorio al cual denotaremos Ω , siendo cada resultado posible del experimento aleatorio un elemento del espacio muestral.

Ejemplo:

a) Experimento Aleatorio: Lanzar un dado.

Experimento muestral: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

b) Experimento Aleatorio: Lanzar 2 monedas simultáneamente.

Experimento muestral: $\Omega = \{CC, CS, SC, SS\}$

2. EVENTO

Es cualquier subconjunto del espacio muestral (Ω)

Ejemplo: (Respecto a los ejemplos anteriores)

a) Evento A (Puntaje impar): $A = \{1, 3, 5\}$

b) Evento B (Al menos un sello):

$B = \{CS, SC, SS\}$

3. PROBABILIDAD

La probabilidad de que ocurra un evento simétrico (equiprobable) A se define y denota por:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\# \text{ casos favorables que ocurra el evento A}}{\# \text{ total de casos posibles}}$$

Ejemplo: (Respecto a los ejemplos anteriores)

a) Probabilidad de obtener un puntaje impar al lanzar un dado.

Experimento Muestral: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Evento A (Puntaje impar): $A = \{1, 3, 5\}$

$$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

4. ALGEBRA DE SUCESOS

1. Si A y B son dos sucesos, tenemos:

$A \cup B$: al menos ocurre uno de los sucesos

$A \cap B$: los dos sucesos ocurren a la vez

$A \cap B^c$: Sólo ocurre A

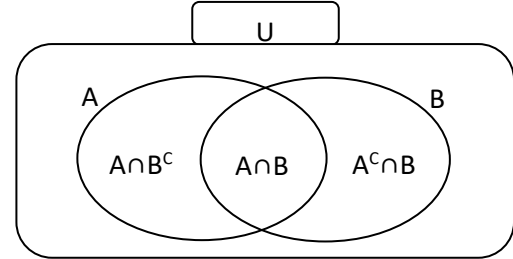
A: ocurre A

$B \cap A^c$: ocurre B

A^c : no ocurre el suceso A

B^c : no ocurre el suceso B

$A \cap B^c + B \cap A^c$: ocurre un solo suceso



- Si dos eventos A y B son incompatibles (o disjuntos), entonces $A \cap B = \emptyset$
- Si $P(A) = 0$, el evento es imposible.
- Si $P(A) = 1$, el evento es seguro
- Si A y B son eventos disjuntos (o sea $A \cap B = \emptyset$) entonces la unión $A \cup B$ lo expresamos como $(A + B)$
- Si A, B y C son eventos disjuntos, entonces $P(A + B + C) = P(A) + P(B) + P(C)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)$
- $P(A^c) = 1 - P(A)$
- Probabilidad Condicional
 $P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$: Probabilidad de que ocurra A dado que ocurrió B. Del cual se deduce:
 $P(AB) = P(BA) = P(B) P(A/B)$
- Regla De La Multiplicación
 $P(ABC) = P(A) P(B|A) P(C|AB)$
- Si A y B son disjuntos, entonces $P[(A + B)/C] = P(A/C) + P(B/C)$
- Si A, B y C son eventos independientes, entonces $P(ABC) = P(A) P(B) P(C)$

EJERCICIOS DE CLASE

- Un bolillero contiene 15 bolillas: 7 rojas y el resto blancas. Si se extraen 5 bolillas al azar una tras otra, halle la probabilidad de que las 5 bolillas sean rojas, sin reposición.

A) 1/143

B) 2/11

C) 3/143

D) 7/143

E) 21/23

2. Si $P(A) = \frac{1}{3}$ y $P(A \cup B) = \frac{11}{21}$; calcule $P(B)$, si A y B son excluyentes.
A) 11/12 B) 4/21 C) 11/15 D) 11/19 E) 21/23
3. Si se lanzan simultáneamente 3 monedas ¿Cuál es la probabilidad de obtener 2 caras y sello?
A) 5/12 B) 3/11 C) 3/8 D) 4/15 E) 1/3
4. Sean A y B los sucesos tales que $P(A) = 0,4$; $P[A' \cap B] = 0,4$; $P[A \cap B] = 0,1$. Calcule $P[B]$.
A) 0,2 B) 0,3 C) 0,4 D) 0,5 E) 0,6
5. En un bolillero se tienen bolillas: 2 negras, 3 blancas, 4 rojas y 5 verdes. Se extrae una bolilla ¿Cuál es la probabilidad que la bolilla extraída sea roja?
A) 1/6 B) 3/4 C) 3/5 D) 3/8 E) 2/7
6. En una de las carreras de la UNTELS se sabe que el 30% practica futbol, el 40% básquet y el 10% ambos deportes. Se elige un estudiante al azar ¿Cuál es la probabilidad de que no juegue futbol ni básquet?
A) 0,4 B) 0,3 C) 0,2 D) 0,1 E) 0,7
7. Suponga que en un sorteo la probabilidad de ganar el primer premio es $\frac{3}{5}$ y la de ganar el segundo premio es $\frac{9}{25}$. Si la probabilidad de ganar al menos uno de los dos premios es $\frac{21}{25}$, calcule la probabilidad de ganar sólo uno de los dos premios.
A) $\frac{18}{25}$ B) $\frac{16}{25}$ C) $\frac{9}{50}$ D) $\frac{36}{25}$ E) $\frac{6}{25}$
8. Al lanzar 2 dados, halle la probabilidad de que la suma de los puntos de las caras superiores sea menor que 11.
A) $\frac{5}{36}$ B) $\frac{11}{12}$ C) $\frac{7}{11}$ D) $\frac{11}{36}$ E) $\frac{7}{36}$
9. ¿Qué probabilidad se tendrá de obtener sólo cara al lanzar una moneda 3 veces?
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{1}{32}$
10. Una caja contiene 20 focos de los cuales 5 son defectuosos. Si se extrae al azar tres focos, ¿cuál es la probabilidad de que los 3 sean defectuosos?
A) $\frac{1}{76}$ B) $\frac{1}{57}$ C) $\frac{1}{228}$ D) $\frac{1}{114}$ E) $\frac{7}{228}$

11. De un grupo padres de familia de un colegio, conformado por 7 varones y 5 damas se debe formar un comité de padres de 6 miembros, ¿cuál es la probabilidad que en el comité se encuentren al menos 3 damas?
A) 2/5 B) 1/4 C) 1/5 D) 3/4 E) 1/2
12. Se tiene 6 libros diferentes de los cuales 3 son de Álgebra, 2 son de Aritmética y el otro es de Geometría. ¿Cuál es la probabilidad de que al escoger al azar un 1er libro resulte de Aritmética y el 2do libro resulte de Álgebra?
A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{36}$

EJERCICIOS DE EVALUACIÓN

1. Un bolillero contiene 15 bolillas: 7 rojas y el resto blancas. Si se extraen 5 bolillas al azar una tras otra, halle la probabilidad de que las 5 bolillas sean rojas, con reposición.
A) $\left(\frac{7}{15}\right)^5$ B) $\left(\frac{7}{13}\right)^5$ C) $\left(\frac{7}{12}\right)^5$
D) $\left(\frac{7}{11}\right)^4$ E) $\left(\frac{7}{11}\right)^3$
2. Si $P(A) = \frac{1}{3}$ y $P(A \cup B) = \frac{11}{21}$; Calcule $P(B)$, si A y B son excluyentes.
A) 1/12 B) 2/7 C) 1/5 D) 1/9 E) 1/13
3. Si se lanzan simultáneamente 3 monedas ¿Cuál es la probabilidad de obtener 3 sellos?
A) 5/12 B) 3/11 C) 1/8 D) 4/15 E) 1/3
4. Sean A y B los sucesos tales que $P(A) = 0,4$; $P[A' \cap B] = 0,4$; $P[A \cap B] = 0,1$. Calcule $P[A \cup B]$.
A) 0,5 B) 0,6 C) 0,7 D) 0,8 E) 0,9
5. En un bolillero se tienen bolillas: 2 negras, 3 blancas, 4 rojas y 5 verdes. Se extrae una bolilla ¿Cuál es la probabilidad que la bolilla extraída no sea negra?
A) 1/6 B) 3/4 C) 3/5 D) 3/8 E) 6/7
6. En una de las carreras de la UNTELS se sabe que el 30% practica futbol, el 40% básquet y el 10% ambos deportes. Se elige un estudiante al azar, si juega futbol. ¿Cuál es la probabilidad de que juegue básquet?
A) 1/2 B) 1/3 C) 1/7 D) 1/5 E) 1/9

7. En un salón de clase se encuentran 10 niños y 4 niñas. Si se escogen tres estudiantes al azar ¿Cuál es la probabilidad de que 2 de ellos sean niños y la otra sea niña?
- A) $\frac{45}{91}$ B) $\frac{36}{53}$ C) $\frac{46}{73}$ D) $\frac{49}{81}$ E) $\frac{34}{55}$
8. Se tiene un círculo de 8 cm de radio. Si ubicamos en su interior un punto aleatoriamente ¿Cuál es la probabilidad de que este punto esté más cerca o a igual distancia del centro que de la circunferencia?
- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{7}{9}$
9. Una anciana lleva en una canasta naranjas y limas. Se sabe que el número de limas es la cuarta parte del número de naranjas, y además la tercera parte del número de naranjas están malogradas y de las limas la mitad están malogradas. Si la anciana, sin ver, saca fruta de la canasta ¿Cuál es la probabilidad de que sea una naranja malograda?
- A) $\frac{4}{15}$ B) $\frac{3}{17}$ C) $\frac{5}{16}$ D) $\frac{3}{19}$ E) $\frac{4}{13}$
10. Se tienen las cifras 1, 2, 3, 5 y 7; y se quiere formar un número de 2 cifras con ellas ¿Cuál es la probabilidad de formar un número múltiplo de 3?
- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{9}{25}$ C) $\frac{12}{7}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{2}{5}$
11. Se tiene 2 urnas: la primera contiene 3 bolas blancas y 2 negras y la segunda contiene 2 bolas blancas y 5 negras. Si se selecciona al azar una urna; se saca una bola y se coloca en la otra; luego se saca una bola de esta última, halle la probabilidad de que las 2 bolas sacadas sean del mismo color.
- A) $\frac{903}{1680}$ B) $\frac{901}{1680}$ C) $\frac{905}{1680}$
D) $\frac{907}{1680}$ E) $\frac{913}{1680}$
12. Sobre un plano se han trazado dos circunferencias concéntricas de radio 5 cm y 10 cm, respectivamente. Halle la probabilidad de que un punto marcado al azar del círculo mayor caiga en la corona circular tornada por las circunferencias (su ponga que la probabilidad de que un punto incida en una figura plana es proporcional al área de esta figura y no depende de su situación)
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$